**第三讲三角恒等变换**

id:2147491314;FounderCES

题组三角函数式的化简与求值

1*.*[2016全国卷Ⅱ,9,5分][理]若cos(*-α*)*=*,则sin 2*α=*()

A. B. C.*-* D.*-*

2*.*[2015重庆,9,5分][理]若tan *α=*2tan ,则*=*()

A.1 B.2 C.3 D.4

3*.*[2015 新课标全国Ⅰ,2,5分][理]sin 20*°*cos 10*°-*cos 160*°*·sin 10*°=*()

A.- B. C.- D.

4*.*[2014新课标全国Ⅰ,8,5分][理]设*α*∈(0,),*β*∈(0,),且tan *α=*,则()

A*.*3*α-β=* B*.*2*α-β=* C*.*3*α+β=* D*.*2*α+β=*

5*.*[2017全国卷Ⅱ,14,5分][理]函数*f*(*x*)*=*sin2*x+*cos *x-*(*x*∈[0,])的最大值是*.*

6*.*[2016江苏,14,5分][理]在锐角三角形*ABC*中,若sin *A=*2sin *B*sin *C*,则tan *A*tan *B*tan *C*的最小值是*.*

7*.*[2015浙江,11,6分][理]函数*f*(*x*)*=*sin2*x+*sin *x*cos *x+*1的最小正周期是,单调递减区间是*.*

8*.*[2013新课标全国Ⅱ,15,5分][理]设*θ*为第二象限角,若tan(*θ+*)*=*,则sin *θ+*cos *θ=　　　　.*

9*.*[2013四川,13,5分][理]设sin 2*α=-*sin *α*,*α*∈(,π),则tan 2*α*的值是*.*

10*.*[2017江苏,16,14分][理]已知向量***a****=*(cos *x*,sin *x*),***b****=*(3,*-*),*x*∈[0,π]*.*

(1)若***a***∥***b***,求*x*的值;

(2)记*f*(*x*)*=****a*·*b***,求*f*(*x*)的最大值和最小值以及对应的*x*的值*.*

11*.*[2015 广东,16,12分]已知tan *α=*2*.*

(1)求tan(*α+*)的值;

(2)求的值*.*

id:2147491328;FounderCES

**A组基础题**

1*.*[2018河北省武邑中学二调,11]设当*x=θ*时,函数*f*(*x*)*=*sin *x-*2cos *x*取得最大值,则cos *θ=*()

A. B. C.- D.-

2*.*[2018吉林省百校联盟高三联考,9]已知cos(*+α*)*=*3sin(*α+*),则tan(*+α*)*=*()

A.4-2 B.2-4

C.4-4 D.4-4

3*.*[2017惠州市高三三调,8]函数*y=*cos 2*x+*2sin *x*的最大值为()

A. B.1 C. D.2

4*.*[2018长郡中学高三实验班选拔考试,15]已知cos(*-α*)*+*sin(π*-α*)*=-*,*-<α<*0,则cos(2*α+*)*=　　　　　.*

5*.*[2017长沙市高三五月模拟,14]已知*α-β=*,tan *α-*tan *β=*3,则cos(*α+β*)的值为*.*

6*.*[2018合肥市高三调研,17]已知函数*f*(*x*)*=*sin *x+*cos *x.*

(1)当*f*(*x*)*=*时,求sin(2*x+*)的值;

(2)若*g*(*x*)*=f*(2*x*),求函数*g*(*x*)在[0,]上的值域*.*

**B组提升题**

7*.*[2018成都市高三摸底测试,6]已知函数*f*(*x*)*=*sin *x+*cos *x*在*x=θ*时取得最大值,则cos(2*θ+*)*=*()

A.- B.- C. D.

8*.*[2018惠州市高三一调,7]已知函数*f*(*x*)*=*3cos(*ωx+*)(*ω>*0)和*g*(*x*)*=*2sin(2*x+φ*)*+*1的图象的对称轴完全相同,若*x*∈[0,],则*f*(*x*)的取值范围是()

A.[*-*3,3] B.[*-*,3] C.[*-*3,] D.[*-*3,]

9*.*[2017武汉模拟,9][数学文化题]《周髀算经》中给出了弦图,如图4*-*3*-*1所示,所谓弦图是由四个全等的直角三角形和中间一个小正方形拼成一个大的正方形,若图4*-*3*-*1中直角三角形两锐角分别为*α*、*β*,且小正方形与大正方形面积之比为4∶9,则cos(*α-β*)的值为()

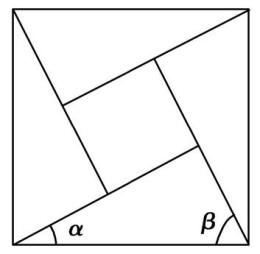


图4*-*3*-*1

A. B. C. D.0

10*.*[2018郑州一中高三入学测试,16]已知函数*f*(*x*)*=*(*-*4≤*x*≤0),则*f*(*x*)的最大值为*.*

11*.*[2017太原市高三三模,17]已知***m****=*(sin ,cos ),***n****=*(cos ,cos ),*f*(*x*)*=****m*·*n****.*

(1)求函数*f*(*x*)的最小正周期和单调递增区间;

(2)若*a*,*b*,*c*分别是△*ABC*的内角*A*,*B*,*C*所对的边,且*a=*2,(2*a-b*)cos *C=c*cos *B*,*f*(*A*)*=*,求*c.*

**答案**

id:2147497325;FounderCES

1.D因为cos(*-α*)*=*coscos *α+*sinsin *α=*(sin *α+*cos *α*)*=*,所以sin *α+*cos *α=*,所以1*+*

sin 2*α=*,所以sin 2*α=-*,故选D*.*

2*.*C*=======*3,故选C*.*

3*.*D原式*=*sin 20*°*cos 10*°+*cos 20*°*sin 10*°=*sin(20*°+*10*°*)*=.*

4*.*B由条件得*=*,即sin *α*cos *β=*cos *α*(1*+*sin *β*),sin(*α-β*)*=*cos *α=*sin(*-α*),因为*-<α-β<*,0*<-α<*,所以*α-β=-α*,所以2*α-β=*,故选B*.*

5*.*1依题意,*f*(*x*)*=*sin2*x+*cos *x-=-*cos2*x+*cos *x+=-*(cos *x-*)2*+*1,因为*x*∈[0,],所以cos *x*∈[0,1],因此当cos *x=*时,*f*(*x*)max*=*1*.*

6*.*8由sin *A=*sin(*B+C*)*=*2sin *B*sin *C*得sin *B*cos *C+*cos *B*sin *C=*2sin *B*sin *C*,两边同时除以cos *B*cos *C*得tan *B+*tan *C=*2tan *B*tan *C*,令tan *B+*tan *C=*2tan *B*tan *C=m*,因为△*ABC*是锐角三角形,所以2tan *B*tan *C>*2,则tan *B*tan *C>*1,*m>*2*.*又在三角形中有tan *A*tan *B*tan *C=*

*-*tan(*B+C*)tan *B*tan *C=-*·*m==m-*2*++*4≥2*+*4*=*8,当且仅当*m-*2*=*,即*m=*4时取等号,故tan *A*tan *B*tan *C*的最小值为8*.*

7*.*π[π*+k*π,π*+k*π](*k*∈Z)由题意知,*f*(*x*)*=*sin(2*x-*)*+*,所以最小正周期*T=*π*.*令*+*2*k*π≤2*x-*≤*+*2*k*π(*k*∈Z),得*k*π*+*≤*x*≤*k*π*+*(*k*∈Z),故函数*f*(*x*)的单调递减区间为[*+k*π,*+k*π](*k*∈Z)*.*

8*.-*解法一由*θ*是第二象限角且tan(*θ+*)*=*,可知sin(*θ+*)*=-*,因而sin *θ+*cos *θ=*sin(*θ+*)*=-.*

解法二将tan(*θ+*)*=*利用两角和的正切公式展开,即*=*,得tan *θ=-.*又*θ*是第二象限角,则sin *θ=*,cos *θ=-*,从而sin *θ+*cos *θ=-=-.*

9*.*因为sin 2*α=*2sin *α*cos *α=-*sin *α*,所以cos *α=-*,又*α*∈(,π),所以sin *α=*,tan *α=-*,所以tan 2*α===.*

10*.*(1)因为***a****=*(cos *x*,sin *x*),***b****=*(3,*-*)**,*a***∥***b***,

所以*-*cos *x=*3sin *x.*

若cos *x=*0,则sin *x=*0,与sin2*x+*cos2*x=*1矛盾,故cos *x*≠0*.*

于是tan *x=-.*

又*x*∈[0,π],所以*x=.*

(2)*f*(*x*)*=****a*·*b****=*(cos *x*,sin *x*)·(3,*-*)*=*3cos *x-*sin *x=*2cos(*x+*)*.*

因为*x*∈[0,π],所以*x+*∈[,],

从而*-*1≤cos(*x+*)≤*.*

于是,当*x+=*,即*x=*0时,*f*(*x*)取到最大值3;

当*x+=*π,即*x=*时,*f*(*x*)取到最小值*-*2*.*

11*.*(1)tan(*α+*)*===-*3*.*

(2)

*=*

*=*

*=*

*=*

*=*1*.*

id:2147497332;FounderCES

**A组基础题**

1*.*C利用辅助角公式可得*f*(*x*)*=*sin *x-*2cos *x=*sin(*x-φ*),

其中cos *φ=*,sin *φ=.*当函数*f*(*x*)*=*sin *x-*2cos *x*取得最大值时,*θ-φ=*2*k*π*+*(*k*∈Z),∴*θ=*2*k*π*++φ*(*k*∈Z),则cos *θ=*cos(2*k*π*++φ*)*=-*sin *φ=-*(*k*∈Z),故选C*.*

2.B由题意可得*-*sin *α=-*3sin(*α+*),即sin[(*α+*)*-*]*=*3sin[(*α+*)*+*],

sin(*α+*)cos*-*cos(*α+*)sin*=*3sin(*α+*)cos*+*3cos(*α+*)sin,整理可得tan(*α+*)*=-*2tan*=-*2tan(*-*)*=-*2*×=*2*-*4*.*故选B*.*

3*.*C*y=*cos 2*x+*2sin *x=-*2sin2*x+*2sin *x+*1*.*

解法一设*t=*sin *x*(*-*1≤*t*≤1),则原函数可以化为*y=-*2*t*2*+*2*t+*1*=-*2(*t-*)2*+*,∴当*t=*时,函数取得最大值*.*故选C*.*

解法二设*t=*sin *x*(*-*1≤*t*≤1),则原函数可以化为*y=-*2*t*2*+*2*t+*1,*y'=-*4*t+*2*.*∵当*<t*≤1时,*y'<*0;当*-*1≤*t<*时,*y'>*0*.*∴当*t=*时,*y*取得最大值,*y*max*=-*2*×*()2*+*2*×+*1*=.*故选C*.*

4*.-*依题意得cos(*-α*)*+*sin(π*-α*)*=*cos *α+*sin *α+*sin *α=*cos *α+*sin *α=*sin(*α+*)*=-*,sin(*α+*)*=-*,cos(2*α+*)*=*cos 2(*α+*)*=*1*-*2sin2(*α+*)*=*1*-*2*×*(*-*)2*=-.*

5*.-*由tan *α-*tan *β===*3,解得cos *α*cos *β=*,又cos(*α-β*)*=*cos *α*cos *β+*sin *α*sin *β=*,所以sin *α*sin *β=-*,所以cos(*α+β*)*=-.*

6*.*(1)依题意得sin *x+*cos *x=*⇒(sin *x+*cos *x*)2*=*2⇒sin 2*x=*1,∴cos 2*x=*0,∴sin(2*x+*)*=*sin 2*x*cos *+*cos 2*x*sin *=.*

(2)*g*(*x*)*=f*(2*x*)*=*sin 2*x+*cos 2*x=*sin(2*x+*),

∵*x*∈[0,],∴2*x+*∈[,],∴sin(2*x+*)∈[*-*,1]*.*∴函数*g*(*x*)在[0,]上的值域为[*-*1,]*.*

**B组提升题**

7*.*C解法一∵*f*(*x*)*=*sin *x+*cos *x=*2sin(*x+*),又*f*(*x*)在*x=θ*时取得最大值,∴*θ+=+*2*k*π(*k*∈Z),即*θ=+*2*k*π(*k*∈Z),于是cos(2*θ+*)*=*cos(*++*4*k*π)*=*cos(*+*)*=×-×=*,故选C*.*

解法二∵*f*(*x*)*=*sin *x+*cos *x*,∴*f* *'*(*x*)*=*cos *x-*sin *x.*又*f*(*x*)在*x=θ*时取得最大值,∴*f* *'*(*θ*)*=*

cos *θ-*sin *θ=*0,即tan *θ=*,则cos(2*θ+*) *=*(cos 2*θ-*sin 2*θ*)*=×=*,故选C*.*

8*.*D因为函数*f*(*x*)和*g*(*x*)的图象的对称轴完全相同,故*f*(*x*)和*g*(*x*)的周期相同,所以*ω=*2,*f*(*x*)*=*3cos(2*x+*)*.*由*x*∈[0,],得2*x+*∈[,π]*.*根据余弦函数的单调性可知,当2*x+=*π,即*x=*时,*f*(*x*)min*=-*3;当2*x+=*,即*x=*0时,*f*(*x*)max*=*,所以*f*(*x*)的取值范围是[*-*3,],故选D.

9*.*A设大正方形的边长为1,由小正方形与大正方形面积之比为4*∶*9,可得小正方形的边长为,由题图可得cos *α-*sin *α=　①*,

sin *β-*cos *β=　②*,cos *α=*sin *β*,sin *α=*cos *β*,

*①×②*可得*=*cos *α*sin *β+*sin *α*cos *β-*cos *α*cos *β-*sin *α*sin *β=*sin2*β+*cos2*β-*cos(*α-β*)*=*1*-*cos(*α-β*),解得cos(*α-β*)*=.*故选A*.*

10*.*2*+*由已知得*f*(*x*)*=*≤≤2*+*,即*f*(*x*)≤2*+*,当且仅当*x=-*2时取等号,因此函数*f*(*x*)的最大值是2*+.*

11*.*(1)∵*f*(*x*)*=m*·*n=*sincos*+*cos2 *=*sin*+*(cos*+*1)*=*sin(*+*)*+*,

∴函数*f*(*x*)的最小正周期为3π*.*

令*-+*2*k*π≤*+*≤*+*2*k*π(*k*∈Z),则*-*π*+*3*k*π≤*x*≤*+*3*k*π(*k*∈Z),

∴函数*f*(*x*)的单调递增区间为[*-*π*+*3*k*π,*+*3*k*π](*k*∈Z)*.*

(2)∵(2*a-b*)cos *C=c*cos *B*,∴2sin *A*cos *C=*sin *B*cos *C+*cos *B*sin *C=*sin(*B+C*)*=*sin *A*,

∵0*<A<*π,∴sin *A>*0,∴cos *C=*,∴*C=.*

∵*f*(*A*)*=*sin(*+*)*+=*,∴sin(*+*)*=*1,

∴*+=+*2*k*π(*k*∈Z),∴*A=*,

∴*c=a*sin *C=*2sin *=.*